



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
 DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
 SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T1

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

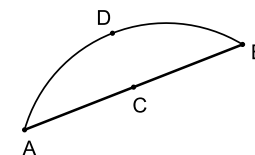
Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
 (A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
 (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

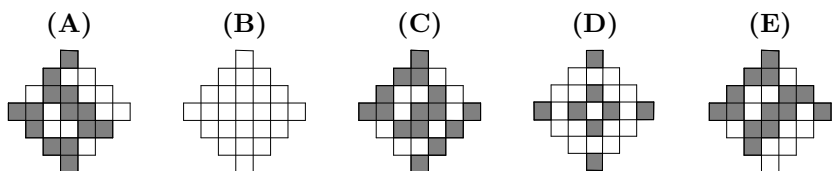
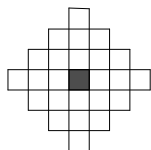
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
 (A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
- Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
 (A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451
- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
 (A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
 (A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
- Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
 (A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1
- È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
 (A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27
- Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
 (A) 268 (B) 270 (C) 261 (D) 263 (E) 274
- Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolce potrebbe contenere?
 (A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%



11. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A, C, E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 270 **(B)** 236 **(C)** 240 **(D)** 244 **(E)** 252

12. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

13. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



14. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

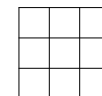
15. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?
(A) 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31



16. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

17. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28

18. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?
(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75



19. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18

20. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T2

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E).
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

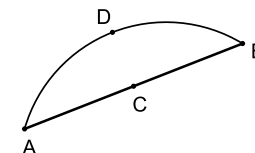
- Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
(A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44

- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30

- Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
(A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1

- È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
(A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



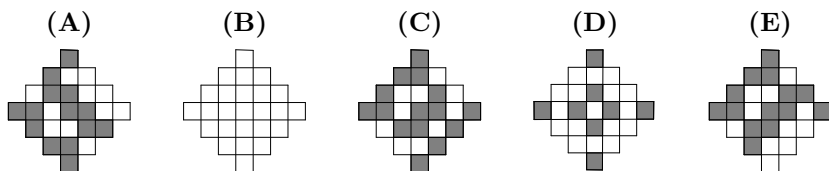
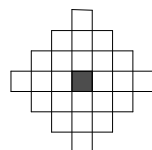
- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
(A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
- Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 270 (B) 236 (C) 240 (D) 244 (E) 252
- Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolce potrebbe contenere?
(A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

11. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

12. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 268 **(B)** 270 **(C)** 261 **(D)** 263 **(E)** 274

13. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

14. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



15. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

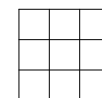
16. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?



- (A)** 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31
17. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24

18. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18

19. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?



(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75

20. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T3

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

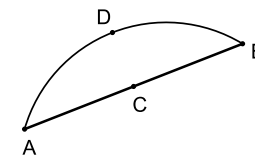
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
- Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
(A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451

- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44

- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

- Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
(A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1

- È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
(A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30
- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
(A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206
- Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolce potrebbe contenere?
(A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

10. Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 268 **(B)** 270 **(C)** 261 **(D)** 263 **(E)** 274

11. Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 **(B)** 48 **(C)** 56 **(D)** 64 **(E)** 40

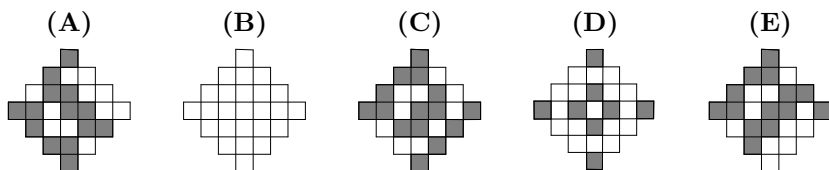
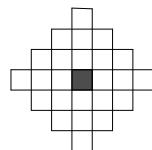
12. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?
(A) 270 **(B)** 236 **(C)** 240 **(D)** 244 **(E)** 252

13. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?
(A) 32 **(B)** 30 **(C)** 33 **(D)** 36 **(E)** 31



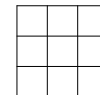
14. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?
(A) 25 **(B)** 15 **(C)** 8 **(D)** 11 **(E)** 2

15. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



16. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?
(A) 24 **(B)** 18 **(C)** 36 **(D)** 27 **(E)** i dati non bastano a determinarlo

17. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?
(A) 72 **(B)** 69 **(C)** 64 **(D)** 70 **(E)** 75



18. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?
(A) 36 **(B)** 35 **(C)** 42 **(D)** 48 **(E)** 28

19. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?
(A) 29 **(B)** 27 **(C)** 21 **(D)** 28 **(E)** 24

20. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?
(A) 14 **(B)** 16 **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 18



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



T4

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

25 novembre 2015

- La prova è costituita da 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A) , (B) , (C) , (D) , (E) .
- Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti, ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- Per ciascuno dei problemi, devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. Non è consentito l'uso di alcun tipo di calcolatrice o di strumenti di comunicazione.

Il tempo che hai a disposizione per svolgere la prova è di 2 ore.

Buon lavoro e buon divertimento!

NOME _____ COGNOME _____ classe: _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

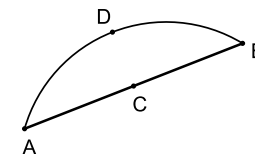
- Qual è la 2015^a cifra dopo la virgola della scrittura decimale di $4/7$?
(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4
- Andrea, Beatrice, Chiara, Davide, Enea e Federico sono molto amici. La loro età media è di 16 anni. Se a loro si uniscono tre amici di Enea, l'età media dell'intero gruppo diventa di 18 anni. Qual è l'età media dei tre amici di Enea?
(A) 18 (B) 19 (C) 22 (D) 21 (E) 20
- Laura ha ricevuto in regalo 150 dadi da gioco, di tipo molto particolare: ciascun dado ha quattro facce con il numero 1 e due facce con il 4. Laura sta per lanciare i 150 dadi tutti assieme, poi farà la somma dei 150 numeri usciti. Quanti sono i possibili valori di questa somma?
(A) 601 (B) 450 (C) 151 (D) 600 (E) 451

- Giulio sa che nel suo cassetto ci sono, tutti mischiati, 22 calzini neri, 30 calzini blu, 40 grigi e 28 marroni, tutti della stessa forma. Sta partendo e vuole portare almeno due paia di calzini ben abbinati, di due diversi colori (i due calzini di ciascun paio devono avere lo stesso colore, ma le due paia devono essere di colori differenti). Poiché è buio e non distingue i colori, prende un mucchio di calzini alla rinfusa. Quanti calzini dovrà mettere in valigia, come minimo, per avere la certezza di portarne almeno due paia ben abbinati di due diversi colori?
(A) 33 (B) 68 (C) 71 (D) 6 (E) 44

- Giovanni vuole ridipingere, ciascuna a tinta unita, le 4 pareti della sua stanza quadrata. Avendo a disposizione vernice rossa, vernice gialla e vernice blu (che non si possono mescolare), vuole fare in modo che due pareti adiacenti non abbiano mai lo stesso colore. In quanti modi Giovanni può scegliere di colorare la stanza?
(A) 18 (B) 24 (C) 12 (D) 36 (E) 30

- Sull'isola dei cavalieri e dei furfanti, i cavalieri sono sempre sinceri ed i furfanti mentono sempre. Durante una riunione, i presenti si siedono attorno a un grande tavolo e ciascuno dice: "la persona alla mia sinistra è un furfante". Sapendo che tra i presenti ci sono meno di 100 cavalieri, quale dei seguenti potrebbe essere il numero dei partecipanti alla riunione?
(A) 209 (B) 94 (C) 135 (D) 167 (E) 206

- È stato ritrovato un frammento di un antico piatto circolare ormai rotto, della forma in figura. C è il punto medio del segmento AB , mentre D è il punto medio dell'arco AB . Sapendo che AB misura 30 cm e CD misura 5 cm, di quanti cm era il raggio del piatto originale?
(A) 18 (B) 21 (C) 20 (D) 25 (E) 27



- Qual è la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$?
(A) 5 (B) 3 (C) 9 (D) 7 (E) 1
- Indichiamo con $40!$ il numero ottenuto moltiplicando tutti i numeri interi da 1 a 40, vale a dire $40! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 38 \cdot 39 \cdot 40$. Tra i numeri interi maggiori di 40 che sono divisori di $40!$, trovare i sei più piccoli ed indicare la loro somma.
(A) 268 (B) 270 (C) 261 (D) 263 (E) 274
- Carlo ha dimenticato il codice di sblocco del suo telefono. Tutto ciò che ricorda è che il codice è composto di 4 cifre ed il prodotto di tali cifre è 24. Quanti sono i possibili codici che rispettano queste condizioni?
(A) 60 (B) 48 (C) 56 (D) 64 (E) 40

11. Nel pentagono $ABCDE$, gli angoli nei vertici A , C , E sono retti. Si sa inoltre che $\overline{AB} = 16$ m, $\overline{BC} = 12$ m, $\overline{CD} = 5$ m, $\overline{DE} = 21$ m. Di quanti m^2 è l'area del pentagono?

(A) 270 (B) 236 (C) 240 (D) 244 (E) 252

12. Nell'etichetta con la lista degli ingredienti di un prodotto dolciario, si può leggere: zucchero, cacao, nocciole 16%, olio di palma, latte 4%. Sapendo che gli ingredienti sono disposti in ordine (nessun ingrediente può essere presente in quantità maggiore di un altro elencato in precedenza), qual è la percentuale massima di cacao che il dolcificante potrebbe contenere?

(A) 22% (B) 21% (C) 40% (D) 38% (E) 80%

13. Un ciclista e un podista percorrono la medesima strada rettilinea, tra i punti A e B . Ciascuno dei due si muove a velocità costante e, appena arrivato a fine percorso, riparte subito in direzione opposta, sempre alla solita velocità. I due partono nello stesso istante, il ciclista da A e il podista da B ; il primo procede a una velocità tripla del secondo. Si incontrano per la prima volta a 12 km da B . A quanti km di distanza da A si incontreranno la seconda volta?

(A) 24 (B) 18 (C) 36 (D) 27 (E) i dati non bastano a determinarlo

14. In una vite di forma cilindrica lunga 3 cm, il raggio di base misura $\sqrt{30}/\pi$ millimetri. Un minuscolo insetto cammina sulla superficie della vite, muovendosi lungo la filettatura. Sapendo che la filettatura compie precisamente 30 giri attorno alla vite, quanti centimetri percorrerà l'insetto per spostarsi da una estremità della vite all'altra?

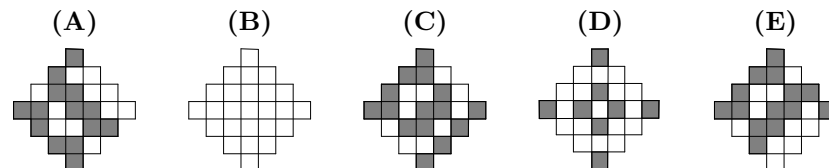
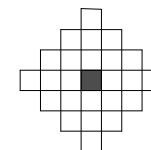
(A) 32 (B) 30 (C) 33 (D) 36 (E) 31



15. Gianni possiede 100 palline, numerate da 1 a 100. Un giorno, dopo essersi accorto di aver perso la pallina n°1, decide di colorare le 99 rimanenti, rispettando questa regola: ciascun numero deve avere lo stesso colore di tutti i suoi multipli. Al massimo, quanti diversi colori potrà usare Gianni per colorare le 99 palline?

(A) 25 (B) 15 (C) 8 (D) 11 (E) 2

16. Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura qui a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti. Quale, tra le seguenti configurazioni, è possibile ottenere facendo 10 mosse?



17. Un quadrato di lato 2 metri è suddiviso in quattro quadratini più piccoli di lato la metà. Una formica, posta inizialmente in un vertice del quadrato grande, è libera di camminare lungo i lati dei quadratini. Dopo aver camminato un po', percorrendo almeno una volta tutti i lati dei quadratini, la formica torna al punto iniziale. Quanti metri avrà percorso come minimo?

(A) 14 (B) 16 (C) 15 (D) 12 (E) 18

18. Tommaso, per passare il tempo, si diverte a riempire una griglia quadrata 3×3 usando tutti i numeri da 1 a 9, in modo che la somma dei numeri su ciascuna riga e su ciascuna colonna sia sempre la stessa. In quanti modi Tommaso può riempire la griglia?

(A) 72 (B) 69 (C) 64 (D) 70 (E) 75



19. Un triangolo possiede una bisettrice e una mediana tra loro perpendicolari, di lunghezze, rispettivamente, 7 e 8. Qual è l'area del triangolo?

(A) 36 (B) 35 (C) 42 (D) 48 (E) 28

20. Sette amici stanno cenando tutti attorno a un tavolo. Qualcuno deve andare a preparare il dolce. Nella comitiva vale la regola che nessuna coppia di persone sedute accanto può mai alzarsi contemporaneamente. In quanti modi può essere scelto il gruppo (di una o più persone) incaricato di occuparsi del dolce?

(A) 29 (B) 27 (C) 21 (D) 28 (E) 24



UNIONE MATEMATICA ITALIANA
PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA

MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA
SCUOLA NORMALE SUPERIORE



I Giochi di Archimede - Gara Triennio
25 novembre 2015

Risoluzione dei problemi (l'ordine si riferisce al testo T1)

Problema 1. *La risposta è (E).*

Giulio non può abbinare due paia di calzini di due colori diversi solo se ha preso, di ciascun colore tranne al più uno, al più un calzino. Il numero massimo di calzini che può aver preso, senza riuscire ad abbinare due paia di colori diversi, si ottiene prendendo tutti i calzini del colore più numeroso, ed esattamente un calzino di ogni altro colore. Questo significa prendere tutti e 40 i calzini grigi, e poi un singolo calzino dei restanti colori nero, blu e marrone, per un totale di 43 calzini. Non appena Giulio abbia preso almeno 44 calzini, è quindi sicuro di riuscire ad abbinare due paia di colori diversi.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 2. *La risposta è (D).*

Alla frazione $4/7$ corrisponde il numero periodico $0,571428$ e le cifre si ripetono allora ogni sei posti. Poiché $2015 = 6 \cdot 335 + 5$, la 2015.esima cifra sarà uguale alla quinta, e sarà quindi un 2.

(Problema proposto da A. Dal Zotto - S. Pelizzola - R. Zanutto)

Problema 3. *La risposta è (C).*

Chiamiamo a, b, c, d, e, f le età dei sei amici la cui media è di 16 anni, e g, h, i le età degli altri tre amici di Enea. Sappiamo che $a + b + c + d + e + f = 16 \cdot 6$ e che $a + b + c + d + e + f + g + h + i = 18 \cdot 9$, dunque $\frac{1}{3}(g + h + i) = \frac{1}{3}(18 \cdot 9 - 16 \cdot 6) = 22$.

(Problema proposto da S. Monica)

Problema 4. *La risposta è (C).*

Indicato con n il numero di 1 usciti, la somma sarà $n + 4(150 - n) = 600 - 3n$, con $0 \leq n \leq 150$. Poiché i possibili valori di n (da 0 a 150) sono in tutto 201 e poiché, variando n , varia la somma suddetta, i possibili valori di tale somma sono appunto 151.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 5. *La risposta è (B).*

Due persone che siedono l'una accanto all'altra non possono essere entrambe furfanti o entrambe cavalieri. In effetti, se la persona a destra, delle due, è un cavaliere allora dice il vero, e quindi il suo vicino di sinistra è un furfante; viceversa, se la persona a destra è un furfante allora dice il falso, e quindi il suo vicino di sinistra è un cavaliere.

Questo mostra che cavalieri e furfanti si alternano al tavolo, e pertanto sono nello stesso numero; in conclusione, i presenti alla riunione sono in numero pari. Sapendo che meno di 100 sono cavalieri, il totale dei presenti è inferiore a 200; la risposta corretta si trova osservando che 94 è l'unico numero pari inferiore a 200 tra quelli elencati.

(Problema proposto da F. Florian)

Problema 6. La risposta è (A).

Una volta scelta (in 3 modi possibili) la tinta della prima parete, se Giovanni dipinge la parete opposta dello stesso colore allora ha 2 scelte possibili di tinte per ciascuna delle 2 pareti restanti; se invece dipinge la parete opposta alla prima di un colore diverso (tra i 2 possibili), la scelta delle tinte per le restanti due pareti risulta determinata. Giovanni ha pertanto $3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 18$ scelte possibili.

(Problema proposto da F. Poloni)

Problema 7. La risposta è (E).

Poiché $7^4 = 2401$, ogni potenza $7^{4n} = (7^4)^n$ termina per la cifra 1. Il numero 8^9 è sicuramente multiplo di 4, pertanto la cifra delle unità di $7^{(8^9)}$ è 1.

(Problema proposto da S. Yang)

Problema 8. La risposta è (D).

Sia O il centro del piatto circolare ed $x = \overline{OC}$. Il raggio della circonferenza vale dunque $r = x + 5$ e, per il teorema di Pitagora, si ha $(x + 5)^2 = r^2 = x^2 + (30/2)^2$, da cui $x = 20$ ed $r = 25$.

(Problema proposto da F. Getman)

Problema 9. La risposta è (E).

I 6 più piccoli divisori di $40!$ maggiori di 40 sono: 42, 44, 45, 46, 48, 49, i quali si fattorizzano tutti con fattori che ritroviamo in qualcuno dei numeri da moltiplicare per ottenere $40!$ (ad esempio $44 = 4 \cdot 11$, $49 = 7 \cdot 7$ che è divisore di $7 \cdot 14$, etc.). Viceversa, i numeri primi maggiori di 40 non dividono $40!$, dato che un numero primo divide un prodotto di interi se e solo se divide uno dei fattori e, chiaramente, nessuno degli interi che vengono moltiplicati per ottenere $40!$ è divisibile per un numero primo che sia maggiore di 40.

Pertanto, il valore richiesto si trova sommando i 6 numeri sopra elencati, vale a dire 274.

(Problema proposto da P. Francini)

Problema 10. La risposta è (D).

Chiamiamo z, c, p le quantità rispettivamente di zucchero, cacao e olio di palma presenti nel prodotto (esprese in percentuale). Sappiamo che $z + c + p = 80$, e che $4 \leq p \leq 16 \leq c \leq z$. La percentuale massima di cacao che il prodotto potrebbe contenere si ottiene per i valori minimi p, z degli altri due ingredienti, compatibili con tali equazioni e disequazioni; cioè per $p = 4$ e $z = c$. Dunque $c = (80 - 4)/2 = 38$.

(Problema proposto da F. Poloni)

Problema 11. La risposta è (E).

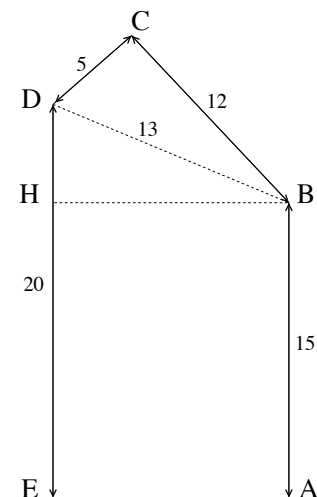
Tracciata da B la perpendicolare BH al lato DE , si può agevolmente osservare che i triangoli rettangoli BCD e BHD sono congruenti, per cui BH misura 12 m.

In alternativa, si può pervenire allo stesso risultato applicando il teorema di Pitagora prima per determinare la diagonale BD e poi per BH .

L'area del pentagono è dunque data dalla somma tra l'area del rettangolo $ABHE$ e l'area del quadrilatero $BCDH$ (che è il doppio del triangolo rettangolo BCD).

Pertanto, l'area richiesta è data (in m^2) da $16 \cdot 12 + 5 \cdot 12 = 252$.

(Problema proposto da P. Francini)



Problema 12. *La risposta è (D).*

Poiché $24 = 2^3 \cdot 3$, le cifre che possono apparire nel codice di sblocco sono 1, 2, 3, 4, 6 e 8.

I codici che contengono la cifra 8 devono contenere la cifra 3, quindi l'1 ripetuto due volte. Il numero di tali codici è uguale al numero di possibili scelte di due posti tra 4 (quelli in cui va la cifra 1), moltiplicato per 2 (le possibilità di mettere il 3 ed l'8 nei due posti restanti): quindi, $2 \cdot \binom{4}{2}$.

I codici che contengono la cifra 6 devono contenere o la cifra 2 ripetuta due volte e quindi un 1, oppure la cifra 4 e l'1 ripetuto due volte; in ciascuno dei due casi il numero dei codici possibili è ancora $2 \cdot \binom{4}{2}$.

I codici che contengono la cifra 4 diversi da quelli considerati finora (cioè senza 6) devono contenere esattamente le cifre 4, 1, 2, 3: il numero di tali codici è uguale al numero di permutazioni di 4 elementi, cioè $4!$.

Infine, i codici che contengono la cifra 2, diversi da quelli considerati finora (cioè senza 4, né 6, né 8), devono contenerla per forza tre volte, insieme alla cifra 3: il numero di tali codici è uguale al numero di possibili scelte di un posto tra 4, cioè 4. Poiché ogni codice deve contenere almeno una cifra pari, deduciamo che il numero totale dei codici possibili è $2 \cdot \binom{4}{2} + 2 \cdot 2 \cdot \binom{4}{2} + 4! + 4 = 64$.

(Problema proposto da A. Pesare)

Problema 13. *La risposta è (C).*

Ogni riga e ogni colonna della griglia contiene un numero dispari di quadratini; pertanto, ogni mossa inverte la parità del numero di caselle scure di quella riga o colonna, e di conseguenza anche la parità complessiva del numero di caselle scure dell'intera griglia.

Dopo dieci mosse, la parità sarà stata scambiata 10 volte, e quindi coinciderà con quella della configurazione iniziale. Poiché all'inizio vi è solo una casella scura, dopo aver effettuato dieci mosse, il numero di caselle scure dovrà essere dispari. Delle configurazioni mostrate, solo la terza ha un numero dispari di caselle; possiamo quindi essere certi che non è possibile ottenere le altre configurazioni in 10 mosse a partire da quella iniziale.

È importante osservare che in principio non ogni configurazione con un numero dispari di caselle nere è ottenibile per mezzo di 10 mosse. La configurazione (C) è ottenibile, ad esempio, con questa sequenza di mosse: 4^a colonna, 4^a riga, 3^a colonna, 6^a riga, 6^a colonna, 3^a riga, poi 4 volte una stessa mossa.

(Problema proposto da F. Mugelli)

Problema 14. *La risposta è (D).*

Se p è un numero primo tale che $2p \leq 100$, poiché 2 e p hanno un multiplo in comune tra quelli utilizzati, segue che le palline coi numeri 2, $2p$ e anche p dovranno essere colorate nello stesso modo. Pertanto, una volta scelto il colore per la pallina n°2, lo stesso colore va impiegato per tutti i numeri primi che non superano 50 e, di conseguenza, per tutte le palline che hanno tali numeri tra i loro fattori.

I soli numeri che restano esclusi, dunque, dal colore scelto per la pallina n°2 sono i numeri primi maggiori di 50, vale a dire 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, che Gianni può colorare liberamente. È possibile usare quindi al più 11 colori.

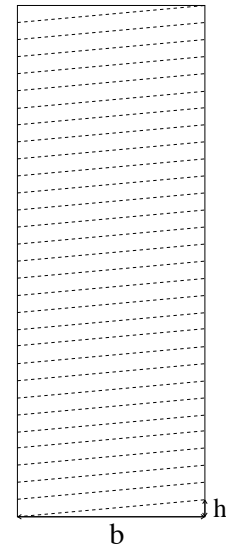
(Problema proposto da A. Pesare)

Problema 15. La risposta è (C).

La filettatura della vite è un'elica di passo costante su un cilindro circolare, che sale cioè proporzionalmente alla sua lunghezza. Sviluppando il cilindro sul piano cartesiano, si ottiene un rettangolo di lato $b = 2\sqrt{30}$ mm ed altezza $h = 30$ mm, e l'elica corrisponde dunque a un insieme di $g = 30$ segmenti paralleli con pendenza h/gb come in figura.

La sua lunghezza si ottiene dunque dal teorema di Pitagora ed è uguale a $g\sqrt{b^2 + (h/g)^2} = 30\sqrt{120 + 1} = 330$ mm

(Problema proposto da A. Dal Zotto - S. Pelizzola - R. Zanotto)



Problema 16. La risposta è (A).

Quando il ciclista e il podista si incontrano per la prima volta, hanno percorso complessivamente l'intera distanza tra A e B. Sappiamo inoltre che il podista ha percorso 12 km, e che la distanza coperta dal ciclista, che si muove tre volte più velocemente, è tripla; possiamo concludere che A e B distano 48 km, e che il ciclista ha fino a quel momento percorso 36 km.

Se il secondo incontro avviene dopo che il podista abbia percorso ulteriori x km, il ciclista ne avrà percorsi ulteriori $2 \cdot 12 + x$. La velocità è sempre tripla, e quindi $24 + x = 3x$. Risolvendo, si ottiene $x = 12$. Il secondo incontro avviene quindi a 24 km da B, e quindi a 24 km anche da A.

(Problema proposto da A. Dal Zotto - S. Pelizzola - R. Zanotto)

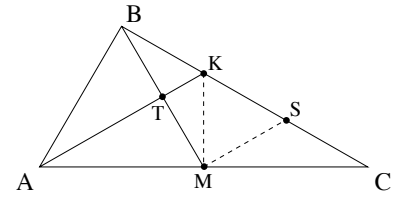
Problema 17. La risposta è (C).

Sia BM la mediana, AK la bisettrice e T l'intersezione delle due.

I triangoli rettangoli ATB e ATM sono congruenti in quanto hanno ugual base AT ed angoli alla base uguali. Quindi $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{MC}$ e $\overline{AC} = 2\overline{AB}$. Per il teorema della bisettrice, $\overline{AC}/\overline{KC} = \overline{AB}/\overline{BK}$, cioè $\overline{CK} = 2\overline{BK}$. Ora, la parallela ad AK dal punto M incontra il lato BC nel punto medio S di KC ;

per il teorema di Talete, si ha dunque $\overline{MS} = \overline{AK}/2 = 7/2$. D'altronde il triangolo BMS è simile a BTK , e $\overline{BK} = \overline{CK}/2 = \overline{KS}$; dunque $\overline{TK} = \overline{MS}/2 = 7/4$. La lunghezza del segmento AT vale allora $7 - 7/4 = 21/4$. Poiché il triangolo ABC ha stessa altezza del triangolo ABM e base AC lunga il doppio di AM , concludiamo che $area(ABC) = 2 area(ABM) = (21/4) \cdot 8 = 42$.

(Problema proposto da F. Caceffo)



Problema 18. La risposta è (A).

Poiché la somma di tutti i numeri da 1 a 9 è 45, la somma di ciascuna riga e ciascuna colonna sarà uguale a $45/3 = 15$. Una riga o colonna sulla quale si trova 1 dovrà quindi contenere i numeri 1, 6, 8 oppure 1, 5, 9 che sono le uniche possibilità che forniscono somma 15 con numeri tutti distinti. Allo stesso modo, una riga o colonna che contiene 9 sarà formata da 9, 1, 5 oppure 9, 2, 4.

Possiamo a questo punto contare i possibili riempimenti nel seguente modo: scegliamo la posizione di 1 (in nove modi possibili) e scegliamo se disporre 5, 9 sulla stessa riga o sulla stessa colonna (due modi). Una volta fatto questo, decidiamo la posizione di 5 e 9 sulle due caselle libere della riga o colonna scelta (due modi) e di 6 e 8 sulle due caselle libere della colonna o riga residua (due modi).

A questo punto, si può vedere che esiste uno e un solo modo di completare la tabella: ossia collocando 2 all'incrocio delle file (differenti dalle due già completate) contenenti 6 e 9, poi 3 all'incrocio delle file contenenti 8 e 5, poi 4 all'incrocio delle file con 8 e 9, infine 7 all'incrocio delle file con 6 e 5.

In totale, le possibilità sono quindi $9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 72$.

(Problema proposto da F. Caceffo)

Problema 19. *La risposta è (B).*

La formica dovrà percorrere almeno tutta la lunghezza della griglia formata dai quattro quadratini (12 metri) per coprirli tutti. Poiché però la griglia ha quattro punti A, B, C, D (diversi dal vertice iniziale) da ognuno dei quali si dipartono tre lati, essa dovrà passare per tutti e quattro questi punti almeno due volte; ciò implica che, per ognuno dei quattro punti A, B, C, D , essa percorrerà uno dei lati uscenti da tali punti almeno due volte. Pertanto percorrerà almeno 16 metri. Infine, è facile costruire un percorso di 16 metri che copre tutta la griglia: per esempio, partendo dal vertice in basso a sinistra e utilizzando le direzioni cardinali, il percorso: $EENNWSEWSNNWSEWS$.

(Problema proposto da M. Trevisiol)

Problema 20. *La risposta è (D).*

Le persone che si alzano non possono essere quattro o più, perché altrimenti due di esse sarebbero sedute l'una a fianco all'altra. E' sufficiente quindi calcolare quanti gruppi di al più tre persone, a due a due non adiacenti, è possibile scegliere tra i sette amici.

Se si tratta di una sola persona, vi sono 7 scelte. Se sono due, una volta scelta la prima in 7 modi possibili, la seconda deve essere scelta tra le due non adiacenti, in 4 modi possibili: a questo punto abbiamo contato ciascuna scelta due volte (potendo scegliere la prima delle due persone in 2 modi possibili); in totale abbiamo $7 \cdot 4/2 = 14$ possibilità.

Se il gruppo è di tre persone, le persone tra di loro (che rimangono sedute) sono 1, 1, 2. Allora è sufficiente dare l'informazione di quale sia la persona seduta immediatamente alla destra del gruppo di 2 per individuare completamente la configurazione; questo può essere fatto in 7 modi.

In totale, abbiamo $7 + 14 + 7 = 28$ possibilità.

(Problema proposto da Tron)